

# EXERCICES ALTERNATIFS

## Retourner une droite.

©2002 Adrien DOUADY (copyleft [LDL : Licence pour Documents Libres](#)).

Sources et figures: [retourner-une-droite/](#).

Version imprimable: [retourner-une-droite.pdf](#)

*Topologie. Licence. Angle pédagogique : À quoi ça sert.*

OBJECTIFS ET COMMENTAIRES. *Cet exercice est extrait du fascicule Géométrie dans les espaces de paramètres, une méthode de géométrisation, par Adrien Douady (Cahier de didirem, publication de l'IREM Paris 7, novembre 1997). A. Douady précise que le problème lui a été suggéré par David Epstein.*

*En plus de l'exercice ci-dessous, l'ouvrage cité contient deux autres problèmes. Le but avoué est de faire comprendre l'intérêt des espaces de paramètres. Citons l'introduction :*

*“Depuis le commencement du XXème siècle - on peut dire à la suite de Hilbert - la géométrie s'est avérée être un moyen extrêmement efficace d'appréhender de nombreux problèmes en mathématiques et en diverses sciences. Souvent, ce n'est pas sur de la géométrie euclidienne en dimension 2 ou 3 que l'on tombe, mais sur de la géométrie dans un espace adapté au problème, en général un **espace de paramètres** construit ad-hoc.(...)”*

*Ici, l'espace des paramètres sera de dimension 2, mais “il est aisé de concevoir qu'il n'en est pas toujours ainsi. Par exemple, l'ensemble des orbites possibles d'une planète est de dimension 5. En robotique, on est amené à considérer l'ensemble de toutes les positions possibles d'un solide ; c'est une variété de dimension 6, plongeable dans  $\mathbb{R}^9$ .”*

---

Nous présentons ce problème sous trois versions.

Considérons dans le plan un arc de courbe  $\Gamma$  qui soit l'un des arcs  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  dessinés figure 1, et  $D$  une droite ne rencontrant pas  $\Gamma$ . Est-il possible de déplacer  $D$  de façon continue et de la ramener à sa place avec l'orientation opposée, sans que jamais au cours du mouvement elle ne soit tangente à  $\Gamma$  ?

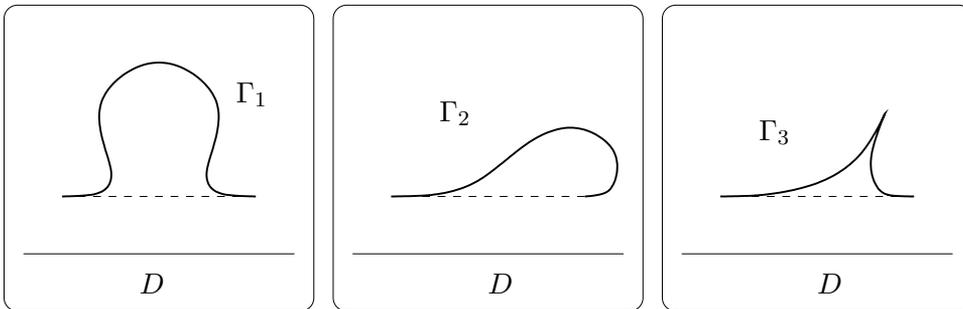


FIG. 1:

**Indication** la réponse n'est pas la même dans les trois cas : il y a deux OUI et un NON, ou le contraire. Les paris sont ouverts.

---