

# EXERCICES ALTERNATIFS

## Dessiner le crocodile : visualisation de la multiplication complexe

©2001 Frédéric LE ROUX (copyleft [LDL : Licence pour Documents Libres](#)).

Sources et figures: [crocodile/](#).

Version imprimable: [crocodile.pdf](#)

*Nombres complexes. DEUG première année. Angle pédagogique : Visualisation.*

OBJECTIFS ET COMMENTAIRES. *L'image d'un crocodile par l'application  $z \mapsto z^2$  est un crocodile qui se mord la queue, manière visuelle percevoir la non-injectivité. Cet exercice est inspiré du début du film d'Adrien Douady sur la dynamique du lapin, où Adrien explique sans formule, graphiquement, la fonction  $z \mapsto z^2 + c$ .*

*On peut faire placer des points de l'image du croco au fur et à mesure des questions 1 et 2.*

---

On voudrait comprendre “quel effet cela fait à un nombre complexe de se faire élever au carré”. Pour ça, on cherche à dessiner l'image du crocodile par l'application  $\varphi$  :

$$\begin{aligned}\mathbb{C} &\rightarrow \mathbb{C} \\ z &\mapsto z^2.\end{aligned}$$

- Ecrire les parties réelles et imaginaires de  $z^2$  en fonction de celles de  $z$ , puis le module et l'argument de  $z^2$  en fonction de ceux de  $z$ . Commentaire?
- Dessiner une demi-droite issue de 0 et son image par  $\varphi$ .
- Quelle est l'image d'un cercle centré en 0? Placer aussi les images de quelques points particuliers du cercle.

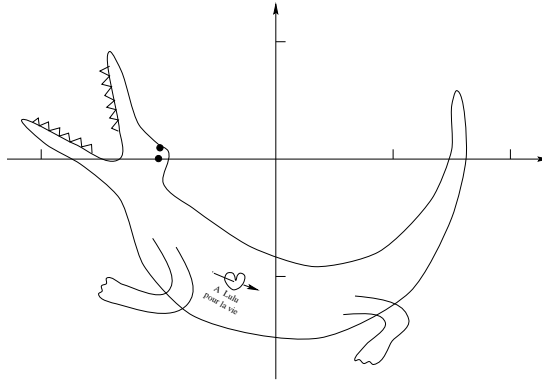


FIG. 1:

- d. “Dessiner l’image du crocodile”.
  - e. “Comment voit-on que l’application n’est pas injective?”
  - f. Dessiner l’image réciproque du crocodile (attention, il y a un piège...).
  - g. (plus facile) Dessiner de même l’image du croco par  $z \mapsto z + 1 + 2i$ ,  $z \mapsto (\sqrt{3} + i)z$ .
-