

Quiz 4 : Formes quadratiques

1. Le noyau d'une forme quadratique est un espace vectoriel.
2. La somme de deux vecteurs isotropes est un vecteur isotrope.
3. Si $q(v_1) > 0$ et $q(v_2) > 0$ alors $q(v_1 + v_2) > 0$.
4. Supposons que q n'a pas de vecteur isotrope. Alors q ou $-q$ est un produit scalaire.
5. Soit q une forme quadratique sur \mathbb{R}^2 telle qu'il existe deux droites d_1 et d_2 en somme directe telles que q soit définie positive sur d_1 et sur d_2 . Alors q est définie positive.
6. Soit q une forme quadratique sur \mathbb{R}^2 telle qu'il existe deux droites d_1 et d_2 en somme directe telles que q soit définie positive sur d_1 et définie négative sur d_2 . Alors q est de signature $(1, 1)$.
7. La somme de deux formes quadratiques définies positives est définie positive.
8. La somme de deux formes quadratiques de signature $(1, 1)$ est une forme quadratique de signature $(1, 1)$.
9. Une forme quadratique bornée est nulle
10. Si f et g sont deux formes linéaires, alors $(x, y) \mapsto f(x)g(y)$ est une forme bilinéaire.

-
11. Le produit de deux formes bilinéaires est une forme bilinéaire.
 12. Si f est une forme linéaire sur \mathbb{R}^3 , alors $(x, y) \mapsto f(x)f(y)$ est un produit scalaire.
 13. Soient q et q' deux formes quadratiques sur \mathbb{R}^n ayant la même signature. Alors il existe des bases \mathcal{B} et \mathcal{B}' telles que $Mat_{\mathcal{B}}(q) = Mat_{\mathcal{B}'}(q')$.
 14. Soient q et q' deux formes quadratiques sur \mathbb{R}^n telles qu'il existe des bases \mathcal{B} et \mathcal{B}' avec $Mat_{\mathcal{B}}q = Mat_{\mathcal{B}'}q'$. Alors q et q' ont la même signature.
 15. La signature de la forme quadratique $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2$ sur \mathbb{R}^3 est $(3, 0)$.
 16. Soit q une forme quadratique sur \mathbb{R}^n . Alors le déterminant de sa matrice dans une base \mathcal{B} est indépendant de la base choisie.
 17. Soit q une forme quadratique sur \mathbb{R}^n . Alors le rang de sa matrice dans une base \mathcal{B} est indépendant de la base choisie.
 18. Soit q une forme quadratique sur \mathbb{R}^n . Alors la trace sa matrice dans une base \mathcal{B} est indépendant de la base choisie.
 19. Soit T un automorphisme de E , q une forme quadratique, et \mathcal{B} une base de E . Soit A la matrice de T dans la base \mathcal{B} , et Q la matrice de q dans cette même base.
Alors la matrice de la forme quadratique $q \circ T$ dans la base \mathcal{B} est égale à QA .
 20. Avec les notations au dessus, la signature de q est égale à celle de $q \circ T$.